# Test di Matematica di Base
# Corsi di Laurea in Ingegneria
# 28/8/2015 - B

| *matricola* | *cognome* | *nome* | *corso di laurea* |
|---|---|---|---|
| | | | |

1. Siano $a,b,c \in \mathbb{R}$ tali che $a < b < |a| < |c|$. Allora è sempre vero che

- ☐ A. $c < 0$
- ☐ B. $a < 0$ e $c < 0$
- ☐ C. $a < 0$
- ☐ D. $a < 0$ e $b < 0$
- ☐ E. $b < 0$

2. Due recipienti cilindrici di raggi rispettivamente $5\,cm$ e $10\,cm$ contengono esattamente un litro d'acqua. Allora il rapporto tra l'altezza di uno e l'altezza dell'altro è

- ☐ A. 2
- ☐ B. 3
- ☐ C. 4
- ☐ D. 5
- ☐ E. 6

3. Con quale delle seguenti l'espressione $2\sin(14x)\cos(6x)$ coincide per ogni $x \in \mathbb{R}$?

- ☐ A. $\sin(20x) + \sin(8x)$
- ☐ B. $\sin(20x) - \sin(8x)$
- ☐ C. $\cos(20x) + \cos(8x)$
- ☐ D. $\cos(20x) - \cos(8x)$
- ☐ E. $\sin(20x) + \cos(8x)$

4. Le soluzioni del sistema goniometrico

$$\begin{cases} \cos 2x > 0 \\ 2\sin x - 1 > 0 \end{cases}$$

in $[0,2\pi]$ sono

- ☐ A. $0 < x < \frac{\pi}{6}$
- ☐ B. $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$
- ☐ C. $\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{4}$
- ☐ D. $\frac{\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{6}$
- ☐ E. $0 < x < \frac{\pi}{4}$

5. Un allevatore di coccodrilli ha a disposizione 200 m di staccionata per formare 3 lati di un'area rettangolare lasciando aperto il quarto lato dalla parte del fiume. Di quanti metri deve essere il lato minore affinché l'area sia massima?

☐ A. 40 m
☐ B. 50 m
☐ C. 60 m
☐ D. 70 m
☐ E. 80 m

6. Data la circonferenza di centro l'origine $O$ e raggio 2, si traccino le rette passanti per il punto $A = (-4{,}0)$ e tangenti alla circonferenza in $B$ e $C$, dove $B$ si trova nel terzo quadrante. Siano $D$ di ascissa negativa ed $E$ di ascissa positiva i punti di intersezione della circonferenza con l'asse $x$. Allora $EB$ ha lunghezza

☐ A. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$
☐ B. $\sqrt{3}$
☐ C. 3
☐ D. $2\sqrt{3}$
☐ E. $3\sqrt{2}$

7. La somma, la differenza e il prodotto di due numeri reali positivi e non nulli sono in rapporto $9 : 7 : 72$. Qual è il valore del più piccolo di essi?

☐ A. 9
☐ B. 8
☐ C. 7
☐ D. 12
☐ E. 6

8. Dividendo a metà un quadrato lungo la sua diagonale, si ottiene un triangolo che ha il perimetro lungo $2\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$. Allora l'area del quadrato vale

☐ A. 2
☐ B. 4
☐ C. $2\sqrt{2}$
☐ D. 1
☐ E. $4\sqrt{2}$

9. L'equazione $\sqrt{6}\,x^2 - 2x - \sqrt{3}\,x + \sqrt{2} = 0$ ha come soluzioni

☐ A. $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e $x = \sqrt{2}$
☐ B. $x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e $x = -\sqrt{2}$
☐ C. $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
☐ D. $x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e $x = -\dfrac{\sqrt{6}}{3}$
☐ E. $x = \sqrt{\dfrac{1}{2}}$ e $x = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$

10. Determinare l'equazione dell'iperbole che ammette come asintoti gli assi cartesiani e che stacca sulla retta $x + 2y = 5$ un segmento di lunghezza $3\sqrt{5}/2$.

- ☐ A. $xy = 1$
- ☐ B. $xy = 2$
- ☐ C. $xy = 3$
- ☐ D. $xy = 9/8$
- ☐ E. $xy = 155/64$

11. Da quale punto dell'asse $y$ deve passare la retta $r$ tangente alla parabola $y = x^2$ in modo tale che $r$ e la sua simmetrica rispetto all'asse $y$ siano ortogonali?

- ☐ A. $(0, -1)$
- ☐ B. $(0, -1/2)$
- ☐ C. $(0, -1/4)$
- ☐ D. $(0, -6/5)$
- ☐ E. $(0, -8/5)$

12. Quale delle seguenti relazioni è vera?

- ☐ A. $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}} > \sqrt{\sqrt[15]{a^{23}}}$ con $a > 1$
- ☐ B. $\dfrac{\sqrt[8]{3^7} \cdot \sqrt[4]{3^5}}{\sqrt{3^3}} > \dfrac{3\sqrt{3\sqrt{3}}}{\sqrt{3^{5/4}}}$
- ☐ C. $\sqrt{7} - \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$
- ☐ D. $(\sqrt{2})^{\sqrt{3}} < (\sqrt{3})^{\sqrt{2}}$
- ☐ E. $2^{\sqrt{3}} > 3^{\sqrt{2}}$

13. Quale dei seguenti numeri soddisfa l'equazione

$$\operatorname{sen} x - \cos x = \sqrt{2}\,, \qquad 0 < x < 2\pi\,?$$

- ☐ A. $\pi/3$
- ☐ B. $\pi/4$
- ☐ C. $2\pi/3$
- ☐ D. $3\pi/4$
- ☐ E. $5\pi/4$

14. Il polinomio

$$p(x) = x^3 - (1 + 2k)x^2 + (2k + k^2)x - k^2$$

con $k \in R$ ammette solo la radice multipla $x = 1$

- ☐ A. se $k = 0$
- ☐ B. per ogni valore di $k$
- ☐ C. se $k = 1$
- ☐ D. mai
- ☐ E. se $k \neq -1$

15. Un certo insieme di numeri interi positivi non contiene numeri dispari. Allora

- ☐ A. non contiene numeri divisibili per 7
- ☐ B. non contiene numeri divisibili per 11
- ☐ C. non contiene numeri divisibili per 3 e per 7
- ☐ D. non contiene potenze di numeri dispari
- ☐ E. non contiene quadrati perfetti

16. Dato il polinomio

$$P(x) = x^2 + (2k-1)x + 3 - 5k\,,$$

per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la somma delle radici è uguale al loro prodotto?

- ☐ A. $k = 7/4$
- ☐ B. $k = \dfrac{-7 \pm \sqrt{137}}{8}$
- ☐ C. $k = \dfrac{-7 \pm \sqrt{137}}{4}$
- ☐ D. $k = 1$
- ☐ E. $k = 2/3$

17. In quale dei seguenti intervalli la disequazione $(5x+6)/(x+6) < 4$ non è soddisfatta per nessun $x \in \mathbb{R}$?

- ☐ A. $]-8,-6]$
- ☐ B. $]-4{,}2[$
- ☐ C. $]-12{,}18]$
- ☐ D. $]-\infty{,}4[$
- ☐ E. $[0{,}1]$

18. Si consideri un triangolo rettangolo i cui cateti misurano rispettivamente $a$ e $2a$. Determinare l'area della regione di piano compresa tra il triangolo e la semicirconferenza ad esso circoscritta.

- ☐ A. $(5\pi - 1)a^2$
- ☐ B. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}a^2$
- ☐ C. $\left(\dfrac{5}{4}\pi - 1\right)a^2$
- ☐ D. $\left(\dfrac{5}{8}\pi - 1\right)a^2$
- ☐ E. $\left(\dfrac{\pi}{2} - 1\right)a^2$

19. La disequazione $x^2 \leqslant 2\sqrt{5}$

- ☐ A. ha infinite soluzioni in $\mathbb{Z}$ e in $\mathbb{Q}$
- ☐ B. ha cinque soluzioni in $\mathbb{Z}$ e infinite in $\mathbb{Q}$
- ☐ C. ha quattro soluzioni in $\mathbb{Z}$ e infinite in $\mathbb{Q}$
- ☐ D. nessuna soluzione $\mathbb{Z}$ e infinite in $\mathbb{R}$
- ☐ E. nessuna soluzione $\mathbb{Z}$ e infinite in $\mathbb{Q}$

20. Siano $r, s, t$ le rette di equazione $y = x$, $y = x/2$ e $x = k$ con $k > 0$ e siano $A$ e $B$ rispettivamente le intersezioni di $r$ e $s$ con $t$. Allora l'area del triangolo di vertici l'origine $O$ degli assi e i punti $A$ e $B$ vale $1/9$ solo se

- ☐ A. $k = \dfrac{3}{2}$
- ☐ B. $k = \dfrac{2}{3}$
- ☐ C. $k = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$
- ☐ D. $k = \dfrac{1}{3}$
- ☐ E. $k = \dfrac{4}{9}$