

Test di Matematica di Base
Corsi di Laurea in Ingegneria
29/08/2014 - B

| <i>matricola</i> | <i>cognome</i> | <i>nome</i> | <i>corso di laurea</i> |
|------------------|----------------|-------------|------------------------|
| | | | |

1. Il triangolo di vertici $A = (1,0)$, $B = (1 + \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$, $C = (-1, 2\sqrt{3})$ è

- A. equilatero
- B. isoscele rettangolo
- C. isoscele ottusangolo
- D. scaleno ottusangolo
- E. scaleno rettangolo

2. Il numero $x = \frac{2^{1000}-1}{8}$ è tale per cui

- A. $2^{999} < x < 2^{1000}$
- B. $2^{996} < x < 2^{997}$
- C. $x < 2^{996}$
- D. $2^{997} < x < 2^{998}$
- E. $x > 2^{997}$

3. Il polinomio

$$p(x) = x^3 - ax^2 - 3x + 3a$$

ammette radici intere

- A. se e solo se $a = 1$
- B. per ogni valore di a
- C. se a è intero
- D. se e solo se $a = 3$
- E. per nessun valore di a

4. La retta tangente alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 5 = 0$ nel punto $(1,2)$ ha equazione

- A. $3x - 2y + 1 = 0$
- B. $x + y - 3 = 0$
- C. $x - 2y + 3 = 0$
- D. $x + 2y - 5 = 0$
- E. $2x - 2y + 2 = 0$

5. Il polinomio

$$P(x) = x^3 + kx^2 + kx + 1, \quad x \in \mathbf{R},$$

- A. ammette tre radici reali e distinte per ogni $k \in \mathbf{R}$
- B. non ha radici per nessun $k \in \mathbf{R}$
- C. ammette tre radici reali e distinte per $-1 < k < 3$
- D. ammette una ed una sola radice reale per $-1 < k < 3$
- E. ammette due sole radici distinte per $k = 3$

6. La disequazione

$$\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \frac{1}{x} \geq |x|, \quad x \in \mathbf{R},$$

è verificata

- A. per ogni $x \in]0,1[$
- B. per ogni $x \in \mathbf{R}$
- C. per nessun valore di $x \in \mathbf{R}$
- D. per ogni $x < 0$
- E. per ogni $x > 1$

7. Sono dati due cerchi con raggi uno doppio dell'altro e quello più piccolo è interamente contenuto in quello più grande. Allora l'area della regione complementare del più piccolo rispetto al più grande è

- A. tre volte l'area del cerchio piccolo
- B. metà dell'area del cerchio grande
- C. uguale all'area del cerchio piccolo
- D. un terzo dell'area del cerchio grande
- E. dipende dalle lunghezze dei raggi delle circonferenze

8. Siano x e y numeri reali per i quali i denominatori dell'espressione

$$A(x,y) = \left(\frac{x^6 - y^4}{x^3 + y^2} + \frac{x^3 + y^3}{x + y} \right) \left(\frac{1}{x^3 + x^2 - xy} \right)$$

siano tutti diversi da 0. Allora $A(x,y)$ è uguale a

- A. $x^3 + x^2 - xy$
- B. $x^3 + y^2$
- C. 1
- D. $x^3 + y^3$
- E. 0

9. Data l'ellisse \mathcal{E} di equazione $(x-1)^2 + 4(y+1)^2 = 1$ stabilire per quali dei seguenti punti esiste una e una sola retta tangente ad \mathcal{E}

- A. $(-1,0)$
- B. $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$
- C. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
- D. $(1, -1)$
- E. $(0,0)$

10. Quale dei seguenti numeri è strettamente compreso tra 1 e 2?

- A. $x = \frac{3-\sqrt{2}}{2}$
- B. $x = \frac{3+2\sqrt{2}}{2}$
- C. $x = \frac{1+\sqrt{3}}{3}$
- D. $x = \frac{2\sqrt{3}+1}{2}$
- E. $x = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$

11. Il resto della divisione tra il polinomio $p(x) = kx^3 + 2x^2 - 3x + 2k$ e il polinomio $q(x) = x - 1$ è 5
- A. se $k = 1$
 - B. se $k = 0$
 - C. per ogni valore di k
 - D. se $k = 2$
 - E. se $k = -2$
12. Il triangolo ABC è rettangolo isoscele col vertice in A e lato ℓ . Una semiretta uscente da A incontra l'ipotenusa BC nel punto P e $\widehat{BAP} = \alpha$. Qual è il valore di $\tan \alpha$ in modo che l'area del triangolo BAP sia metà dell'area del triangolo PAC ?
- A. $1/2$
 - B. $1/3$
 - C. $1/7$
 - D. $1/5$
 - E. $1/11$
13. Determinare il valore di $a > 0$ tale che la parabola col vertice in $O = (0,0)$ di equazione $y = ax^2$ e la circonferenza $x^2 + y^2 = 1$ si incontrino in due punti A e B tali che il triangolo OAB sia equilatero.
- A. $a = \sqrt{2}$
 - B. $a = 3\sqrt{2}$
 - C. $a = \sqrt{3}/3$
 - D. $a = \sqrt{3}/2$
 - E. $a = 2\sqrt{3}$
14. In una circonferenza di raggio unitario una corda AB dista $3/5$ dal centro O . Si consideri un punto C della circonferenza situato da parte opposta al segmento AB rispetto ad O . Quanto vale la lunghezza di BC sapendo che $AC = AB$?
- A. $4/3$
 - B. $7/5$
 - C. $48/25$
 - D. $32/25$
 - E. $21/16$
15. Si consideri un triangolo equilatero di lato unitario. Allora la misura del lato del quadrato inscritto nel triangolo ed avente un lato contenuto in un lato del triangolo è
- A. $1/2$
 - B. $\sqrt{3}/2$
 - C. $2\sqrt{3} - 3$
 - D. $4 - 2\sqrt{3}$
 - E. $1 - \sqrt{3}/2$

16. Siano a e b due numeri reali tali che $a^7 < b^7$ e $a^2 > b^2$. Allora

- A. $|b| > |a|$
- B. $a < 0 < b$
- C. $a/b > 0$
- D. $a > b$
- E. $|a| > |b|$

17. L'equazione

$$\sqrt{x^2 - 1} = x + \sqrt{|x|}, \quad x \in \mathbf{R},$$

ammette

- A. infinite soluzioni
- B. nessuna soluzione
- C. una ed una sola soluzione
- D. esattamente due soluzioni
- E. esattamente tre soluzioni

18. Il sistema di disequazioni goniometriche

$$\begin{cases} 2 \operatorname{sen}^2 x - 1 > 0 \\ 2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

nell'intervallo $[0, 2\pi]$ è soddisfatto se

- A. $\pi/3 < x < 3\pi/4 \vee 5\pi/4 < x < 5\pi/3$
- B. $\pi/3 < x < 3\pi/4 \vee 5\pi/4 < x \leq 5\pi/3$
- C. $\pi/3 \leq x < 3\pi/4 \vee 5\pi/4 \leq x < 5\pi/3$
- D. $\pi/3 \leq x \leq 3\pi/4 \vee 5\pi/4 \leq x \leq 5\pi/3$
- E. $\pi/3 < x \leq 3\pi/4 \vee 5\pi/4 < x \leq 5\pi/3$

19. L'asse del segmento di estremi $(0,0)$ e $(2,2)$ ha equazione

- A. $2x - y - 1 = 0$
- B. $x + y - 2 = 0$
- C. $2x + y - 2 = 0$
- D. $x + 2y - 1 = 0$
- E. $x + y - 1 = 0$

20. la bisettrice dell'angolo ottuso tra la retta di equazione

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$

e l'asse x è la retta di equazione

- A. $x - 2y - 3 = 0$
- B. $2x - y - 6 = 0$
- C. $3x - 4y - 9 = 0$
- D. $x = 3$
- E. $4x - 3y - 3/4 = 0$