

Test di Matematica di Base  
Corsi di Laurea in Ingegneria  
29/08/2014 - B

<i>matricola</i>	<i>cognome</i>	<i>nome</i>	<i>corso di laurea</i>

1. Il triangolo di vertici  $A = (1,0)$ ,  $B = (1 + \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ ,  $C = (-1, 2\sqrt{3})$  è

- A. equilatero
- B. isoscele rettangolo
- C. isoscele ottusangolo
- D. scaleno ottusangolo
- E. scaleno rettangolo

2. Il numero  $x = \frac{2^{1000}-1}{8}$  è tale per cui

- A.  $2^{999} < x < 2^{1000}$
- B.  $2^{996} < x < 2^{997}$
- C.  $x < 2^{996}$
- D.  $2^{997} < x < 2^{998}$
- E.  $x > 2^{997}$

3. Il polinomio

$$p(x) = x^3 - ax^2 - 3x + 3a$$

ammette radici intere

- A. se e solo se  $a = 1$
- B. per ogni valore di  $a$
- C. se  $a$  è intero
- D. se e solo se  $a = 3$
- E. per nessun valore di  $a$

4. La retta tangente alla circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 5 = 0$  nel punto  $(1,2)$  ha equazione

- A.  $3x - 2y + 1 = 0$
- B.  $x + y - 3 = 0$
- C.  $x - 2y + 3 = 0$
- D.  $x + 2y - 5 = 0$
- E.  $2x - 2y + 2 = 0$

5. Il polinomio

$$P(x) = x^3 + kx^2 + kx + 1, \quad x \in \mathbf{R},$$

- A. ammette tre radici reali e distinte per ogni  $k \in \mathbf{R}$
- B. non ha radici per nessun  $k \in \mathbf{R}$
- C. ammette tre radici reali e distinte per  $-1 < k < 3$
- D. ammette una ed una sola radice reale per  $-1 < k < 3$
- E. ammette due sole radici distinte per  $k = 3$

6. La disequazione

$$\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \frac{1}{x} \geq |x|, \quad x \in \mathbf{R},$$

è verificata

- A. per ogni  $x \in ]0,1[$
- B. per ogni  $x \in \mathbf{R}$
- C. per nessun valore di  $x \in \mathbf{R}$
- D. per ogni  $x < 0$
- E. per ogni  $x > 1$

7. Sono dati due cerchi con raggi uno doppio dell'altro e quello più piccolo è interamente contenuto in quello più grande. Allora l'area della regione complementare del più piccolo rispetto al più grande è

- A. tre volte l'area del cerchio piccolo
- B. metà dell'area del cerchio grande
- C. uguale all'area del cerchio piccolo
- D. un terzo dell'area del cerchio grande
- E. dipende dalle lunghezze dei raggi delle circonferenze

8. Siano  $x$  e  $y$  numeri reali per i quali i denominatori dell'espressione

$$A(x,y) = \left( \frac{x^6 - y^4}{x^3 + y^2} + \frac{x^3 + y^3}{x + y} \right) \left( \frac{1}{x^3 + x^2 - xy} \right)$$

siano tutti diversi da 0. Allora  $A(x,y)$  è uguale a

- A.  $x^3 + x^2 - xy$
- B.  $x^3 + y^2$
- C. 1
- D.  $x^3 + y^3$
- E. 0

9. Data l'ellisse  $\mathcal{E}$  di equazione  $(x-1)^2 + 4(y+1)^2 = 1$  stabilire per quali dei seguenti punti esiste una e una sola retta tangente ad  $\mathcal{E}$

- A.  $(-1,0)$
- B.  $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$
- C.  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
- D.  $(1, -1)$
- E.  $(0,0)$

10. Quale dei seguenti numeri è strettamente compreso tra 1 e 2?

- A.  $x = \frac{3-\sqrt{2}}{2}$
- B.  $x = \frac{3+2\sqrt{2}}{2}$
- C.  $x = \frac{1+\sqrt{3}}{3}$
- D.  $x = \frac{2\sqrt{3}+1}{2}$
- E.  $x = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$

11. Il resto della divisione tra il polinomio  $p(x) = kx^3 + 2x^2 - 3x + 2k$  e il polinomio  $q(x) = x - 1$  è 5
- A. se  $k = 1$
  - B. se  $k = 0$
  - C. per ogni valore di  $k$
  - D. se  $k = 2$
  - E. se  $k = -2$
12. Il triangolo  $ABC$  è rettangolo isoscele col vertice in  $A$  e lato  $\ell$ . Una semiretta uscente da  $A$  incontra l'ipotenusa  $BC$  nel punto  $P$  e  $\widehat{BAP} = \alpha$ . Qual è il valore di  $\text{tg } \alpha$  in modo che l'area del triangolo  $BAP$  sia metà dell'area del triangolo  $PAC$ ?
- A.  $1/2$
  - B.  $1/3$
  - C.  $1/7$
  - D.  $1/5$
  - E.  $1/11$
13. Determinare il valore di  $a > 0$  tale che la parabola col vertice in  $O = (0,0)$  di equazione  $y = ax^2$  e la circonferenza  $x^2 + y^2 = 1$  si incontrino in due punti  $A$  e  $B$  tali che il triangolo  $OAB$  sia equilatero.
- A.  $a = \sqrt{2}$
  - B.  $a = 3\sqrt{2}$
  - C.  $a = \sqrt{3}/3$
  - D.  $a = \sqrt{3}/2$
  - E.  $a = 2\sqrt{3}$
14. In una circonferenza di raggio unitario una corda  $AB$  dista  $3/5$  dal centro  $O$ . Si consideri un punto  $C$  della circonferenza situato da parte opposta al segmento  $AB$  rispetto ad  $O$ . Quanto vale la lunghezza di  $BC$  sapendo che  $AC = AB$ ?
- A.  $4/3$
  - B.  $7/5$
  - C.  $48/25$
  - D.  $32/25$
  - E.  $21/16$
15. Si consideri un triangolo equilatero di lato unitario. Allora la misura del lato del quadrato inscritto nel triangolo ed avente un lato contenuto in un lato del triangolo è
- A.  $1/2$
  - B.  $\sqrt{3}/2$
  - C.  $2\sqrt{3} - 3$
  - D.  $4 - 2\sqrt{3}$
  - E.  $1 - \sqrt{3}/2$

16. Siano  $a$  e  $b$  due numeri reali tali che  $a^7 < b^7$  e  $a^2 > b^2$ . Allora

- A.  $|b| > |a|$
- B.  $a < 0 < b$
- C.  $a/b > 0$
- D.  $a > b$
- E.  $|a| > |b|$

17. L'equazione

$$\sqrt{x^2 - 1} = x + \sqrt{|x|}, \quad x \in \mathbf{R},$$

ammette

- A. infinite soluzioni
- B. nessuna soluzione
- C. una ed una sola soluzione
- D. esattamente due soluzioni
- E. esattamente tre soluzioni

18. Il sistema di disequazioni goniometriche

$$\begin{cases} 2 \operatorname{sen}^2 x - 1 > 0 \\ 2 \operatorname{cos}^2 x - 3 \operatorname{cos} x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

nell'intervallo  $[0, 2\pi]$  è soddisfatto se

- A.  $\pi/3 < x < 3\pi/4 \vee 5\pi/4 < x < 5\pi/3$
- B.  $\pi/3 < x < 3\pi/4 \vee 5\pi/4 < x \leq 5\pi/3$
- C.  $\pi/3 \leq x < 3\pi/4 \vee 5\pi/4 \leq x < 5\pi/3$
- D.  $\pi/3 \leq x \leq 3\pi/4 \vee 5\pi/4 \leq x \leq 5\pi/3$
- E.  $\pi/3 < x \leq 3\pi/4 \vee 5\pi/4 < x \leq 5\pi/3$

19. L'asse del segmento di estremi  $(0,0)$  e  $(2,2)$  ha equazione

- A.  $2x - y - 1 = 0$
- B.  $x + y - 2 = 0$
- C.  $2x + y - 2 = 0$
- D.  $x + 2y - 1 = 0$
- E.  $x + y - 1 = 0$

20. la bisettrice dell'angolo ottuso tra la retta di equazione

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$

e l'asse  $x$  è la retta di equazione

- A.  $x - 2y - 3 = 0$
- B.  $2x - y - 6 = 0$
- C.  $3x - 4y - 9 = 0$
- D.  $x = 3$
- E.  $4x - 3y - 3/4 = 0$