

**Test di Matematica di Base**  
**Corsi di Laurea in Ingegneria e Scienze 17/5/2016 - B**

| <i>cognome</i> | <i>nome</i> | <i>scuola di appartenenza</i> |
|----------------|-------------|-------------------------------|
|                |             |                               |

1. Il polinomio  $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$  è divisibile per
- A.  $x^2 - 4$
  - B.  $x^2 - 1$
  - C.  $x^2$
  - D.  $x^2 + 1$
  - E.  $x^2 + 4$
2. Sia  $n$  un numero intero diverso da 0 e da  $-1$ ,  $a = \frac{1}{n}$  e  $b = \frac{1}{n+1}$ . Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
- A.  $a < b$
  - B.  $a > b$
  - C. esiste sempre un numero intero compreso tra  $a$  e  $b$
  - D. ci sono infiniti numeri razionali tra  $a$  e  $b$
  - E. esiste al più un numero razionale tra  $a$  e  $b$
3. L'equazione  $x(a + a^2 - x) = a^3$ , essendo  $x \in \mathbf{R}$  l'incognita e  $a \in \mathbf{R}$  un parametro, ammette
- A. tre soluzioni distinte se  $a \neq 1$
  - B. una soluzione doppia se  $a = a^2$
  - C. al più una soluzione per ogni  $a \in \mathbf{R}$
  - D. due soluzioni distinte se  $a \neq 1$
  - E. una soluzione doppia se  $a = -1$
4. Scegliere l'insieme  $A$  affinché, al variare di  $k \in A$ , l'equazione
- $$k^2x^2 + (3 - 2k)y^2 + (3 - k)x + 6y + 2 = 0$$
- non rappresenti mai una circonferenza
- A.  $A = \{1, -3, 2\}$
  - B.  $A = \{0, -3, 4\}$
  - C.  $A = \{-2, 4, 1\}$
  - D.  $A = \{-1, 1, 3\}$
  - E.  $A = \{-1, 0, 1\}$
5. Quali sono tutti i numeri reali  $\alpha$  per i quali esistono due numeri reali  $x$  e  $y$  il cui prodotto vale 1 e la somma  $\alpha$ ?
- A.  $\alpha = -1 \vee \alpha = 1$
  - B.  $\alpha = -2 \vee \alpha = 2$
  - C.  $\alpha < -1 \vee \alpha > 1$
  - D.  $\alpha \leq -2 \vee \alpha \geq 2$
  - E.  $\alpha < -2 \vee \alpha > 2$

6. L'espressione  $\sin(3\alpha)$  vale identicamente

- A.  $3 \sin \alpha$
- B.  $3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$
- C.  $2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha$
- D.  $3 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha$
- E.  $3 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^3 \alpha$

7. Il volume di un cubo inscritto in una semisfera di raggio  $r$  vale

- A.  $\frac{2\sqrt{6}}{9}r^3$
- B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}r^3$
- C.  $\frac{\sqrt{27}}{8}r^3$
- D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}r^3$
- E.  $\frac{3\sqrt{6}}{2}r^3$

8. La coppia di rette per l'origine e tangenti alla circonferenza  $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$  ha equazione

- A.  $xy = 0$
- B.  $x^2 - y^2 = 0$
- C.  $9x^2 + 16y^2 = 0$
- D.  $16x^2 - 9y^2 = 0$
- E.  $9x^2 - 16y^2 = 0$

9. Quale delle seguenti equazioni rappresenta un'iperbole che ammette come asintoto la retta di equazione  $y = 2x$ ?

- A.  $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$
- B.  $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$
- C.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$
- D.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$
- E.  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

10. Un trapezio rettangolo  $ABCD$  di base maggiore  $AB$  ha il lato obliquo  $BC$  congruente alla base minore  $CD$ . Sapendo che  $\widehat{CBD} = \alpha$ , l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{ADB}$  vale

- A.  $\alpha$
- B.  $2\alpha$
- C.  $\pi - \alpha$
- D.  $\pi/2 - \alpha$
- E. dipende dalla lunghezza di  $CD$

11. Nell'intervallo  $[0, 2\pi]$  le soluzioni della disequazione  $\sin x + \cos 2x < 0$  sono i numeri reali  $x$  che soddisfano la condizione

- A.  $0 < x < 7\pi/6 \vee 11\pi/6 < x < 2\pi$
- B.  $7\pi/6 < x < 11\pi/6$
- C.  $0 < x < 4\pi/3 \vee 5\pi/3 < x < 2\pi$
- D.  $4\pi/3 < x < 5\pi/3$
- E.  $4\pi/3 < x < 11\pi/6$

12. Due corde  $AB$  e  $CD$  di una circonferenza si intersecano in un punto  $P$ . Sia  $\widehat{ACB} = \alpha$ . L'ampiezza dell'angolo somma  $\widehat{ACB} + \widehat{ADB}$  vale

- A. dipende dal raggio della circonferenza
- B. dipende dall'angolo formato dalle due corde
- C.  $\pi$
- D.  $2\alpha$
- E.  $\alpha + \pi/2$

13. Esternamente ad un triangolo equilatero  $ABC$  di lato  $2a$  si costruiscano sui tre lati i tre quadrati di lato  $2a$  e siano  $D$ ,  $E$  ed  $F$  i loro centri. La lunghezza del lato del triangolo equilatero  $DEF$  vale

- A.  $a(1 + \sqrt{3})$
- B.  $2a$
- C.  $2a\sqrt{3}$
- D.  $a(1 + \sqrt{2})$
- E.  $2a\sqrt{2}$

14. Sono date la retta  $r$  e la parabola  $\mathcal{P}$  di equazione rispettivamente

$$6x + 3y - 4 = 0 \quad \text{e} \quad y = -3x^2 + 2x.$$

Possiamo affermare che

- A. non si intersecano
- B.  $r$  passa per il vertice di  $\mathcal{P}$
- C.  $r$  passa per il fuoco di  $\mathcal{P}$
- D.  $r$  è l'asse di simmetria di  $\mathcal{P}$
- E.  $r$  e  $\mathcal{P}$  sono tangenti nel punto  $(\frac{2}{3}, 0)$

15. Per quali  $x \in \mathbf{R}$  è verificata la disequazione  $\sqrt{x^2 - 1} > 2x$ ?

- A.  $x \geq -1$
- B.  $x \leq -1$
- C.  $-1 < x < 1$
- D. per nessun  $x \in \mathbf{R}$
- E.  $x \geq 1$

16. Le soluzioni della disequazione  $\frac{\sqrt{x+2}}{|x+1|} \geq \sqrt{2}$  sono i numeri  $x \in \mathbf{R}$  che soddisfano la condizione

- A.  $-\frac{3}{2} \leq x \leq 0 \wedge x \neq -1$
- B.  $-2 \leq x \leq -\frac{3}{2} \vee x \geq 0$
- C.  $x \neq -1$
- D.  $x \geq -2 \wedge x \neq -1$
- E.  $x \leq 0 \wedge x \neq -1$

17. Il triangolo che ha due lati di misura 4 e  $\sqrt{41}$  rispettivamente e il coseno dell'angolo tra essi compreso che vale  $4/\sqrt{41}$  è

- A. isoscele e acutangolo
- B. isoscele e rettangolo
- C. scaleno e rettangolo
- D. scaleno e ottusangolo
- E. scaleno e acutangolo

18. La squadra di operai della ditta Antilope è in grado di costruire un muro in 2 ore, mentre quelli del team Bradipo impiegano, per lo stesso lavoro, 6 ore. Se le due squadre si fondono nella ditta Bradilope e si mettono a lavorare insieme quanto tempo impiegheranno a costruire il muro?

- A. 8 ore
- B. 4 ore
- C. 90 minuti
- D. 60 minuti
- E. 40 minuti

19. Nell'intervallo  $[0, 2\pi]$  le soluzioni dell'equazione  $\frac{\sin(3x)}{\sin x} = 1 - 2\sin^2 x$  sono

- A.  $x = 0, \pi, 2\pi$
- B.  $x = 0, \pi/2, \pi$
- C.  $x = \pi/4, \pi/2$
- D.  $x = \pi, 3\pi/2$
- E.  $x = \pi/2, 3\pi/2$

20. Il vertice della parabola

$$y = \left(\frac{k^2}{2} + 1\right)x^2 + (2k - 1)x + \frac{1}{4}$$

appartiene all'asse  $x$  per

- A. ogni  $k > 0$
- B.  $k = -7/8$
- C.  $k = 7/8$
- D.  $k = -8/7$
- E.  $k = 8/7$